

PROJETO PARA A PARAMETRIZAÇÃO OTIMIZADA DOS GANHOS DE UM CONTROLADOR PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO

Danielle Mayumi Campos Tamaki (UNIFEI)

danielletamaki@gmail.com

Thiago Jose Dias (UNIFEI)

tjdias23@hotmail.com

Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)

ppbalestrassi@gmail.com

Gabriela da Fonseca de Amorim (UNIFEI)

amoringabi@yahoo.com.br

Natalia Silva Braga (UNIFEI)

natalia_nsb@yahoo.com.br



Este artigo apresenta uma forma de parametrização de um controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo) em sistema de controle utilizando a simulação de Monte Carlo. Este método foi aplicado a um sistema cujos coeficientes da função de transferência eram variáveis, ou seja, dados por distribuições de probabilidade. Neste estudo, buscou-se a melhor forma de compensação deste sistema para que as características da sua resposta à uma entrada do tipo degrau correspondessem àquelas estabelecidas previamente.

Palavras-chaves: Otimização, Simulação de Monte Carlo, controlador PID

1. Introdução

O primeiro trabalho significativo em controle automático foi o de James Watt, no século XVII, ao construir um controlador centrífugo para controle de velocidade de uma máquina a vapor (HIDALGO; SOUZA, 2010). Desde então, muitos outros trabalhos contribuíram para o desenvolvimento de teorias de controle. Entre as décadas de 1930 e 1940, por exemplo, alguns métodos de resposta em frequência foram desenvolvidos principalmente por Harry Nyquist, Hendrik Bode e Nathaniel B. Nichols [(NYQUIST, 1932), (BODE, 1940) e (NICHOLS *et al.*, 1947)]. Mais tarde, na década de 1950, Evans desenvolveu o método do lugar das raízes (EVANS, 1950).

Tanto as técnicas baseadas em resposta em frequência quanto em lugar das raízes são técnicas fundamentais na teoria do controle clássico, teoria essa que tem como principais objetivos estabilizar sistemas instáveis ou modificar a dinâmicas de sistemas estáveis, fazendo com que o sistema a ser controlado obedeça a um determinado conjunto de requisitos de desempenho.

Aproximadamente a partir de 1960, iniciou-se o desenvolvimento da teoria de controle moderno (LEWIS, 1992), auxiliada pelo avanço dos computadores digitais e a análise de sistemas mais complexos com múltiplas entradas e saídas. Essa teoria passou a representar os sistemas por variáveis de estado e trabalha quase exclusivamente no domínio do tempo (VILLAÇA; SILVEIRA, 2013).

A teoria de controle clássico, no entanto, é o foco deste trabalho. Esta teoria é usualmente aplicada a sistemas cujos coeficientes são dados por constantes, ou seja, uma abordagem de sistemas lineares que são invariantes no tempo de uma única entrada e única saída (VILLAÇA; SILVEIRA, 2013).

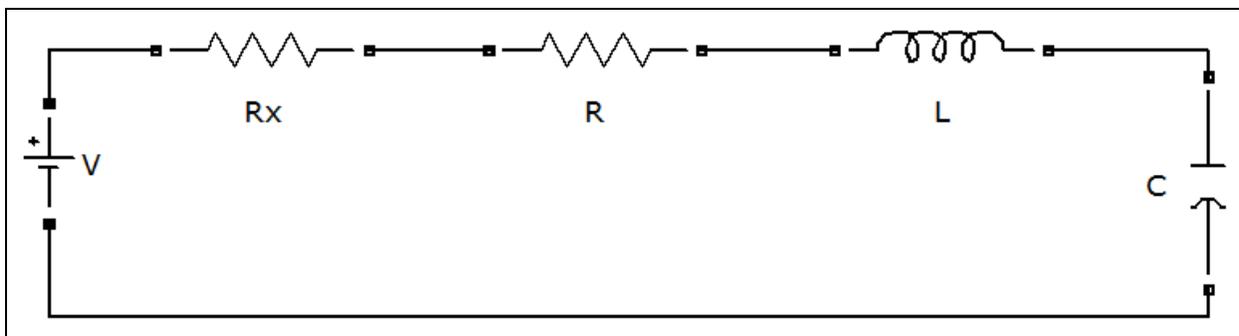
Neste estudo foi aplicada a teoria de controle clássico em sistemas cujos coeficientes são variáveis, ou seja, os coeficientes da função de transferência dos sistemas são incertos e por isso representados por distribuições normais de probabilidade.

A simulação de Monte Carlo foi usada para gerar valores aleatórios para os coeficientes da função de transferência (dentro da distribuição normal) e calcular os ganhos do PID (Proporcional, Integral e Derivativo), estimando o melhor controlador para que o sistema correspondesse às características estabelecidas previamente.

2. Circuito RLC

Para a realização deste estudo, o sistema a ser considerado é um circuito formado por um resistor R , um indutor L , um capacitor C e um potenciômetro (resistor ajustável) R_x ligados em série conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Circuito RLC



A função de transferência do circuito foi obtida a partir da modelagem do sistema e, para o cálculo do tempo de acomodação e do *overshoot* do sistema para uma entrada degrau, foi montada uma planilha do Excel com a equação. A planilha é mostrada na Figura 2.

Figura 2: Planilha do circuito RLC

$\frac{V_c}{V} = \frac{1}{LCS^2 + (Rx+R)CS + 1} = \frac{1}{S^2 + \frac{(Rx+R)}{L}S + \frac{1}{LC}} = LC \frac{\frac{1}{LC}}{S^2 + \frac{(Rx+R)}{L}S + \frac{1}{LC}} = K \frac{Wn^2}{S^2 + 2ZWnS + Wn^2}$					
				10	500
Rx=	10	K=	0,002	Ta=	0,8 Seg
R=	10	Wn=	22,36068	Ov%=	48,63967 %
L=	2	Z=	0,223607		
C=	0,001				

Todos os componentes eletrônicos possuem um pequeno erro intrínseco que normalmente é ignorado nos cálculos de engenharia, mas neste trabalho os valores atribuídos a cada um deles são representados por distribuições de probabilidade do tipo normal, considerando este erro. Desta forma, um valor médio e um desvio padrão foram atribuídos a cada um dos componentes. Os valores atribuídos e a consequente distribuição de probabilidade para o resistor R, o indutor L e o capacitor C são mostrados nas Figuras 3, 4 e 5, respectivamente

Figura 3: Distribuição de probabilidade do resistor R

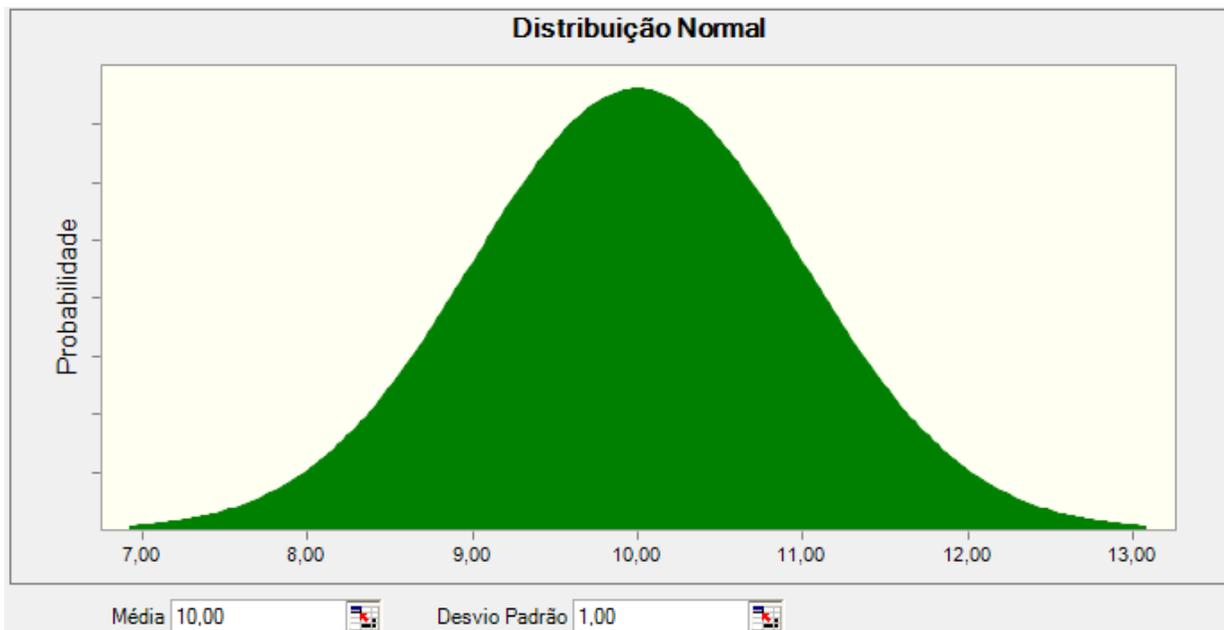


Figura 4: Distribuição de probabilidade do indutor L

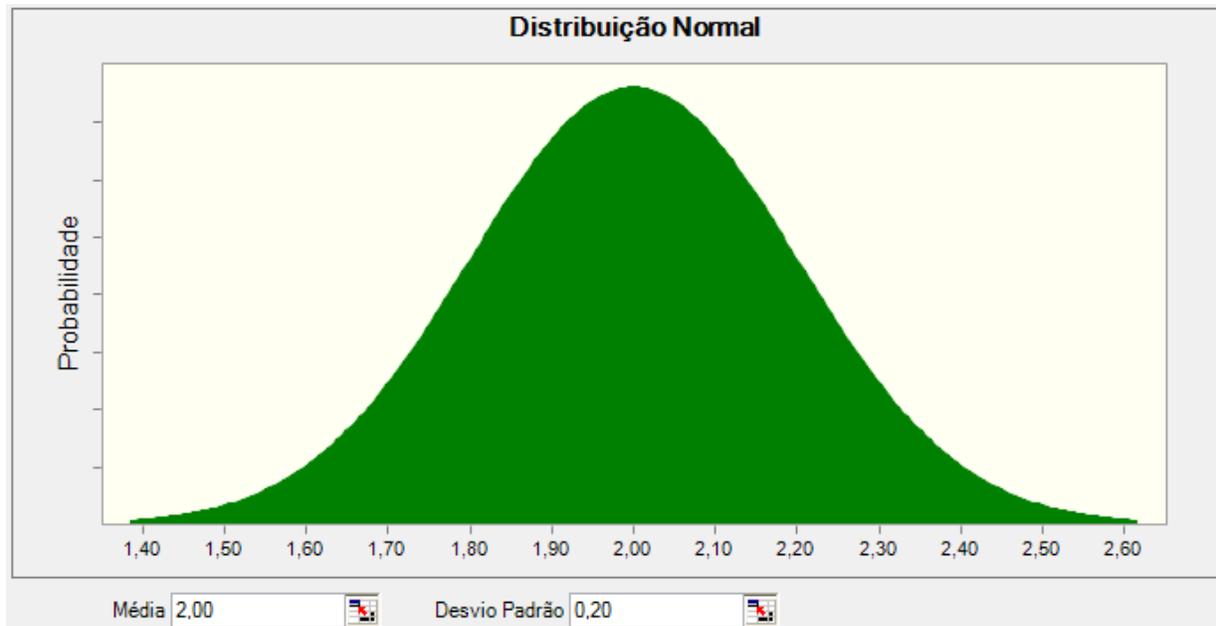
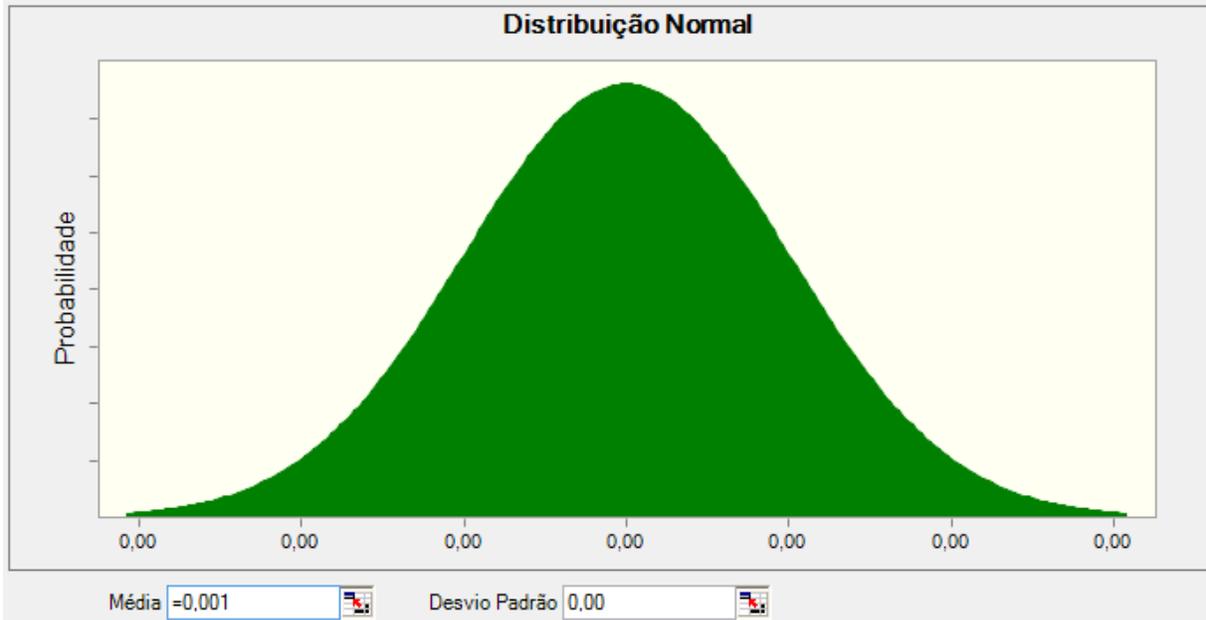


Figura 5: Distribuição de probabilidade do capacitor C

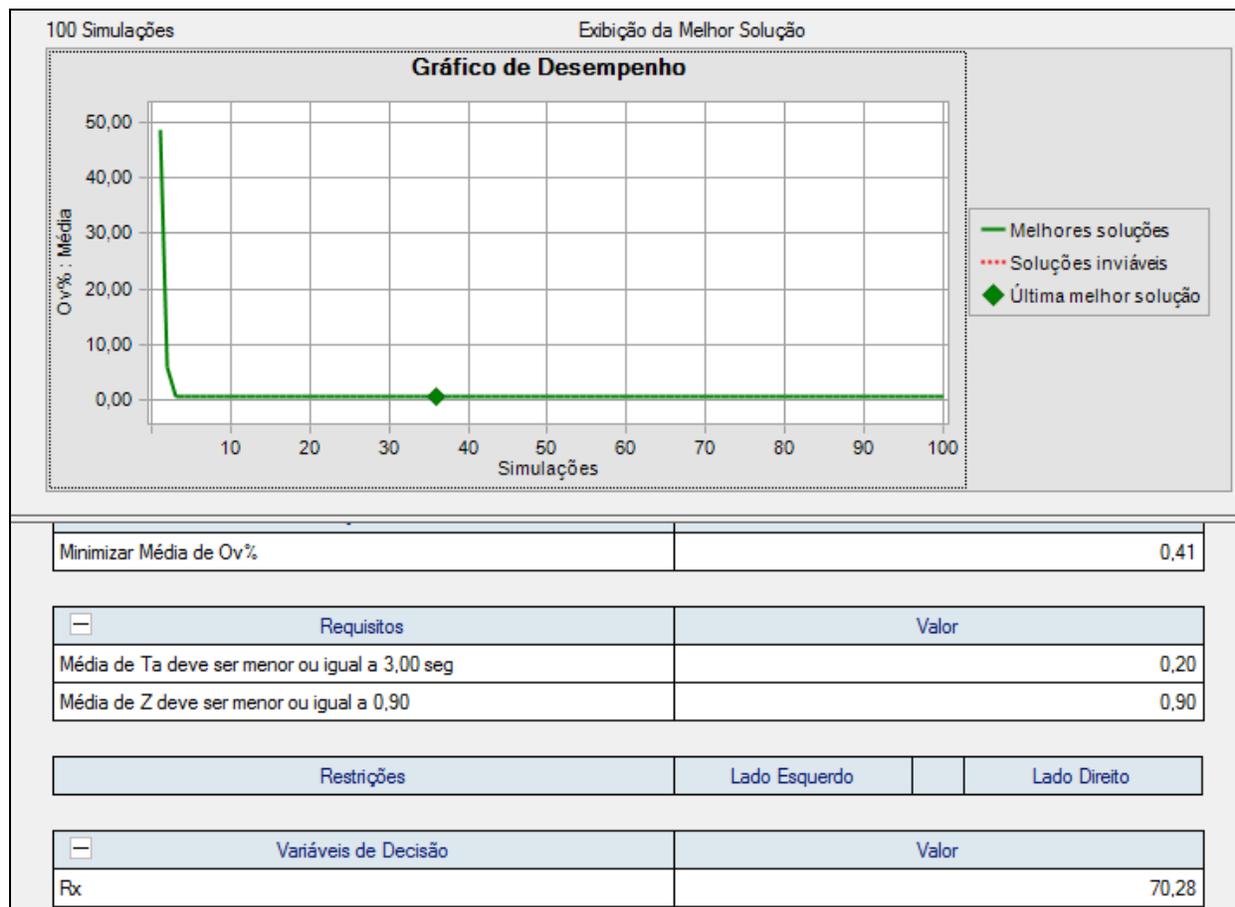


O valor do potenciômetro Rx (resistor ajustável) foi definido como sendo a variável de decisão para a otimização dos parâmetros do sistema. Este valor pode variar entre 0 e 100 ohms e foi estabelecido o valor de 10 ohms como o valor inicial para a simulação.

Ainda a respeito da simulação, deve-se buscar a menor média possível pra o *overshoot*, evitando sobrecarga no sistema. Da mesma forma, foram estabelecidos limites superiores para a média do tempo de acomodação (3 segundos) e para a média do coeficiente de amortecimento representado por Z na planilha (0,90).

Quanto ao resultado da simulação, estando estabelecidas e configuradas as condições do problema, o *software* Optquest do Crystal Ball® retorna um valor otimizado para o potenciômetro do circuito. Seguindo esta sugestão, o sistema tem maior probabilidade de apresentar as características estabelecidas nas condições iniciais do problema. O valor sugerido para o potenciômetro nas condições deste trabalho é de 70,28 Ohms e o resultado da simulação é apresentado na Figura 6.

Figura 6: Resultado da Simulação



3. Projeto do controlador PID

Em se tratando de sistemas de primeira ordem, a simulação do projeto de um controlador PID é bastante simples. No entanto, quando se tem um sistema de grau maior do que 2, ele se torna um pouco mais complicado de ser otimizado. Uma solução seria utilizar *softwares* de simulação e estatística em conjunto para a otimização de sistemas mais complexos. No exemplo a seguir é possível observar o procedimento para tal:

Supõe-se que um sistema tenha a função de transferência dada pela Equação 1:

$$Gp(s) = \frac{2}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2} = \frac{D}{s^3 + Cs^2 + Bs + A} \quad (1)$$

Aos coeficientes A, B, C e D do sistema, que usualmente são constantes, foram introduzidas incertezas tornando-os distribuições normais de probabilidade com um desvio padrão de 10% da média de cada um (valor da constante).

Deseja-se neste exemplo projetar um compensador PID que possua o formato dado na Equação 2:

$$Gc(s) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (2)$$

Em uma planilha do Excel foi equacionado o cálculo dos ganhos k_d , k_p e k_i do PID com o objetivo de parametrizar o tempo de acomodação do sistema para 6,67 segundos com um *overshoot* de 37,23%. Estes valores correspondem a um coeficiente de amortecimento de 0,3 e uma frequência de oscilação natural de 2 rad/s. Usando a simulação de Monte Carlo, o *software* Crystal Ball® gera valores aleatórios para os coeficientes (seguindo a distribuição normal) e calcula os ganhos do PID até encontrar o valor mais próximo para eles em cada situação.

Utilizando 300 dos dados gerados pelo Crystal Ball, foi desenvolvido um código no Matlab® para simular o sistema acoplado ao controlador PID. Em seguida, os dados referentes ao tempo de acomodação e ao *overshoot* do sistema foram alocados em uma tabela juntos aos dados do Crystal Ball®. O código do programa pode ser visto na Figura 7.

A partir desses dados, foi utilizada a regressão no *software* Minitab® a fim de criar uma fórmula para calcular o tempo de acomodação e outra para o *overshoot* do sistema em função dos coeficientes variáveis da função de transferência e dos ganhos do controlador. Os resultados desta etapa do trabalho são mostrados nas Equações 3 e 4. A Equação 3 é referente ao tempo de acomodação enquanto a Equação 4 refere-se ao *overshoot* da resposta do sistema a uma entrada degrau.

$$t_a = 19 + 9,85k_d + 0,403k_p + 7,03A - 6,59B - 2,21C + 1,28D \quad (3)$$

$$ov = 73,3 + 5,91k_d - 4,49A - 20,6B + 8,22C + 8,83D \quad (4)$$

O coeficiente k_p da fórmula do *overshoot* foi eliminado, pois constatou-se que este não influenciava no resultado. Com as fórmulas obtidas, foi possível aplicar novamente a simulação de Monte Carlo para estimar o melhor controlador possível para que o sistema correspondesse às características desejadas.

Figura 7: Código do Matlab®

```
clc
for i=1:300
    n=data(i,6);
    d=[1 data(i,5) data(i,4) data(i,3)];
    Ki=1;
    Kd=data(i,1);
    Kp=data(i,2);

    nc=[Kd Kp Ki];
    dc=[0 1 0];
    [no,do]=series(n,d,nc,dc);
    [nf,df]=cloop(no,do);

    sys=TF(nf,df);

    stepinfo(sys);

    s = struct2cell(ans);
    c = cell2mat(s);

    Ta=c(2);
    Ov=c(5);

    Resp(i,1)=Ta;
    Resp(i,2)=Ov;
end;
```

Os objetivos da simulação realizada neste estudo foram estabelecidos como sendo a média do tempo de acomodação da resposta do sistema em torno de 6,67 segundos e a média do *overshoot* menor ou igual a 37,23%. Esses dados foram calculados a partir dos valores definidos para o coeficiente de amortecimento e para a frequência natural de oscilação das respostas. Sendo assim, obteve-se o controlador mostrado na Equação 5 como resultado:

$$G_c(s) = \frac{1,0917s^2 + 5,6867s + 1}{s} \quad (5)$$

Desta forma, as distribuições normais que caracterizam o tempo de acomodação e o *overshoot* do sistema controlado para uma entrada degrau são mostrados nas Figuras 8 e 9, respectivamente.

Figura 8: Distribuição do tempo de acomodação da resposta do sistema

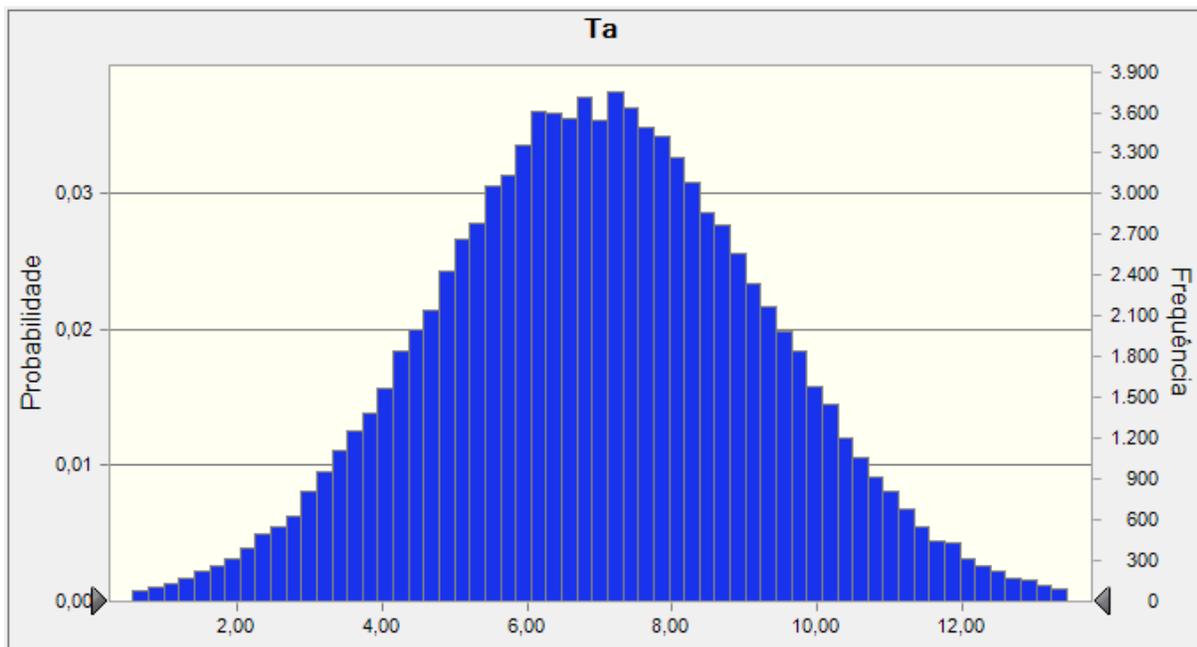
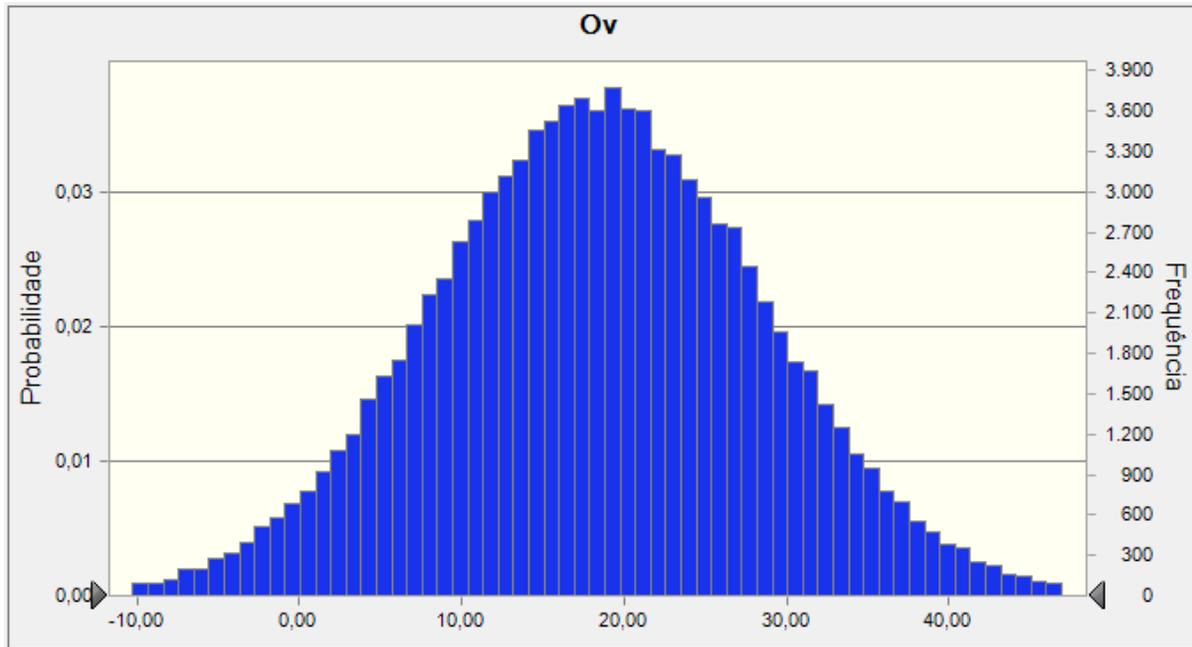


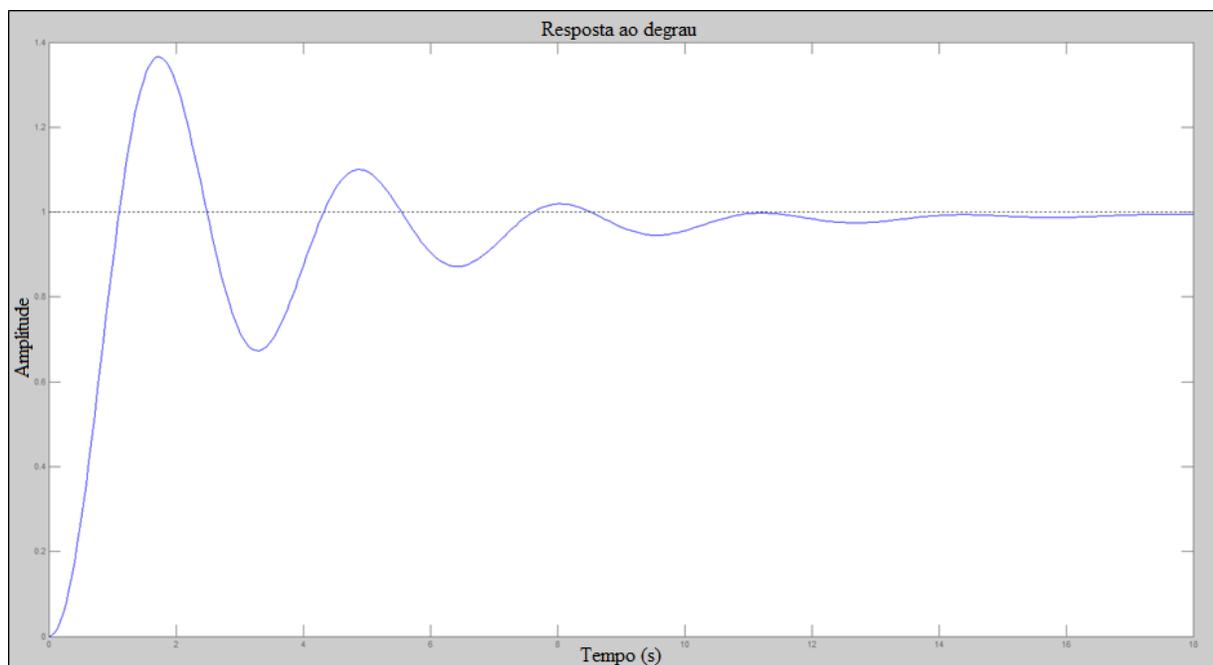
Figura 9: Distribuição do *overshoot* da resposta do sistema



4. Considerações Finais

Para fins de comparação e verificação do resultado, o sistema acoplado ao controlador PID foi simulado no Matlab®, no entanto, foram considerados coeficientes constantes e equivalentes aos valores médios das normais propostas neste trabalho. A resposta da simulação a uma entrada degrau é ilustrada na Figura 10.

Figura 10: Resposta do sistema simulado ao degrau



Neste caso, o tempo de acomodação do sistema foi em torno de 10,89 segundos e o *overshoot* em torno de 27,89%. Vale ressaltar que a simulação no Matlab® foi feita para valores constantes nos coeficientes da função de transferência e ainda assim os valores encontrados para as variáveis de interesse (tempo de acomodação e *overshoot*) estão dentro da distribuição de probabilidade para esses valores que foram mostradas nas Figuras 8 e 9. Desta forma, fica comprovado o funcionamento do controlador PID parametrizado a partir dos coeficientes variáveis na função de transferência.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, à FAPEMIG e ao CNPq pelo suporte à pesquisa.

REFERÊNCIAS

BODE, H.W. Feedback Amplifier Design. **Bell Systems Technical Journal** 19: 42, 1940.

HIDALGO, E. M.P.; SOUZA, G.F.M. Análise do tipo FMEA aplicada na diagnose de falhas nos sistemas hidráulicos de reguladores de velocidade da turbina Francis. VI CONEM. **Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, 2010. Campina Grande – PB.

EVANS, W. Control system synthesis by root-locus method. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 69, pp. 66-69, 1950.

LEWIS, F.L. **Applied Optimal Control and Estimation**. Prentice-Hall, 1982.

NICHOLS, N. B.; JAMES, H. M. and PHILLIPS, R. S. **Theory of servomechanisms**, Vol. 25 of MIT Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill, 1947.

NYQUIST, H. Regeneration theory, **Bell Systems Technical Journal**, 1932.

VILLAÇA, M.V.M; SILVEIRA, J.L. Uma breve história do controle automático. **Revista Ilha Digital**. Instituto Federal Santa Catarina. v 4, pp3-12.2013.

NICHOLS, N. B.; JAMES, H. M. and PHILLIPS, R. S. **Theory of servomechanisms**, Vol. 25 of MIT Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill, 1947.

NYQUIST, H. Regeneration theory, **Bell Systems Technical Journal**, 1932.